パターン認識と機械学習
1.2.1 確率密度

吉田拓夢

累積分布関数 (cumulative distribution function)

- *x*が区間(-∞,z)に入る確率

$$P(z) = \int_{-\infty}^{z} p(x)dx$$

- p(*x*) は確率密度
- 確率密度p(*x*) はP(*x*)の導関数　P’(*x*)=p(*x*)

例

- *x*が区間(a,b)に入る確率

$$p(x \in (a,b)) = \int_a^b p(x)dx$$

確率密度p(x)をaからbまで積分

確率密度
(probability density)

- 以下の条件を満たす

$$p(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$$

- xが離散値の場合
  →p(x):確率質量関数

確率密度の変換

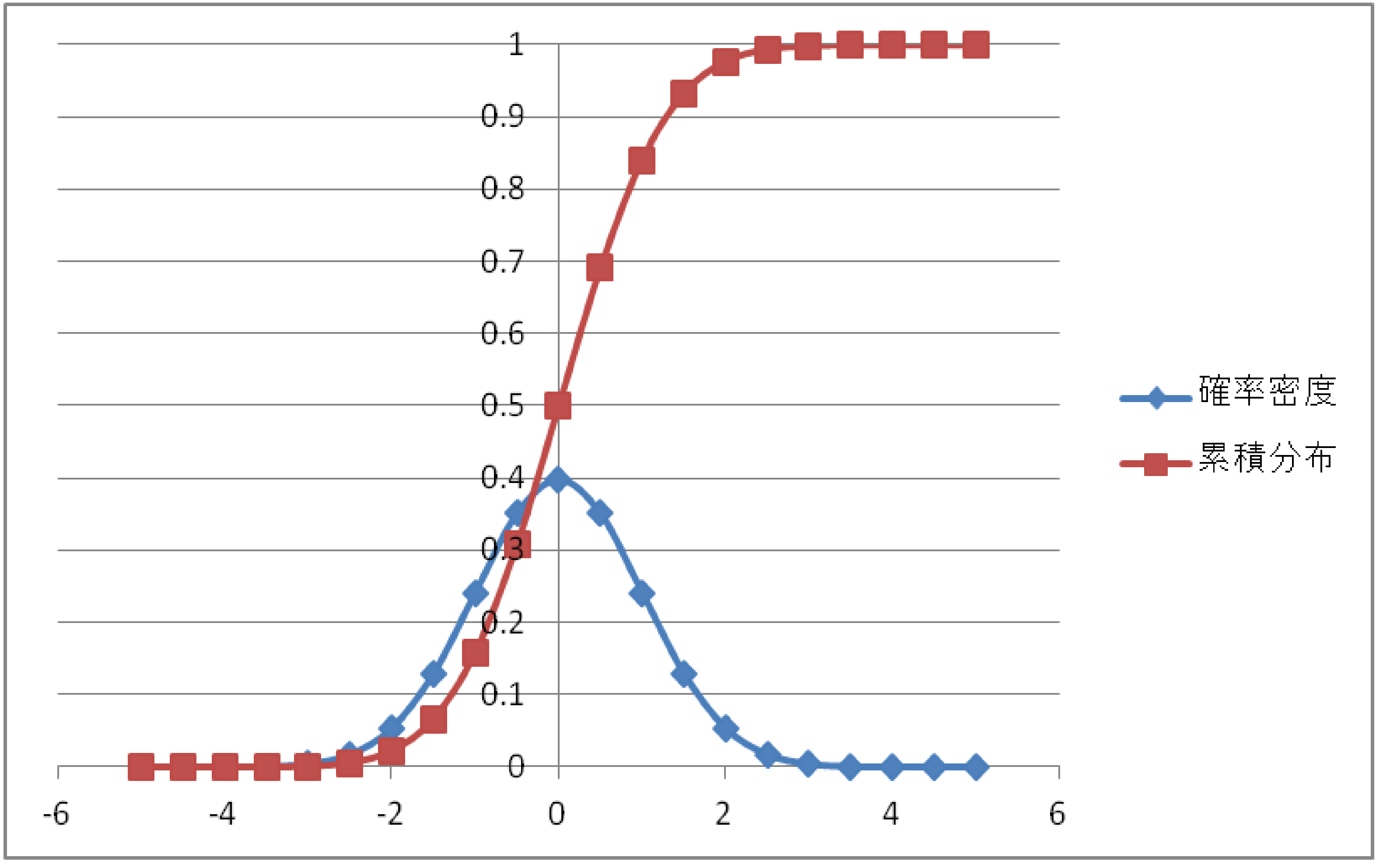
- 変数を非線形な変換
→確率密度はヤコビ行列による変換

- 変換後の確率密度の最大値は変数の選び方に依存

$$
\begin{aligned}
p_y(y) &= p_x(x)\left|\frac{dx}{dy}\right| \\
&= p_x(g(y))|g'(y)|
\end{aligned}
$$

確率密度と累積分布関数

正規分布における確率密度と累積分布



多変数の場合

- 同時分布p(x)

$$p(\mathbf{x}) = p(x_1, \ldots, x_D)$$

いくつかの連続変数 $x_1, \ldots, x_D$をベクトルxにまとめる

- 満たすべき条件

$$p(\mathbf{x}) \geq 0$$

$$\int p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1$$ (積分はxの定義域全体)

各定理の適用

- 実変数x,yに対する加法･乗法定理の適用

$$p(x) = \int p(x, y) dy$$

$$p(x, y) = p(y|x) p(x)$$