# 「パターン認識と機械学習」
# 2-3-2 周辺ガウス分布

新納浩幸

# 本節で示すこと

同時分布 $p(x_a, x_b)$ がガウス分布

周辺分布 $p(x_a)$ もガウス分布

$$p(x_a) = \int p(x_a, x_b) dx_b$$

$p(x_a)$ の平均と分散

$\mu_a$ と $\Sigma_{aa}$ を求める

# 証明

$$p(x_a) = \int p(x_a, x_b) dx_b$$ を示せば良い

$p(x_a, x_b)$ の分布は $N(x \mid \mu, \Sigma)$

$$x = \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \end{pmatrix} \quad \mu = \begin{pmatrix} \mu_a \\ \mu_b \end{pmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{aa} & \Sigma_{ab} \\ \Sigma_{ba} & \Sigma_{bb} \end{pmatrix} \quad \Lambda = \Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} \Lambda_{aa} & \Lambda_{ab} \\ \Lambda_{ba} & \Lambda_{bb} \end{pmatrix}$$

# すみません・・・

めんどくさくて式の変形を確認していません
やっていることは $x_b$ に注目して、
積分消去しています

最終的に残った $x_a$ の式からガウス分布で
あることが言えます

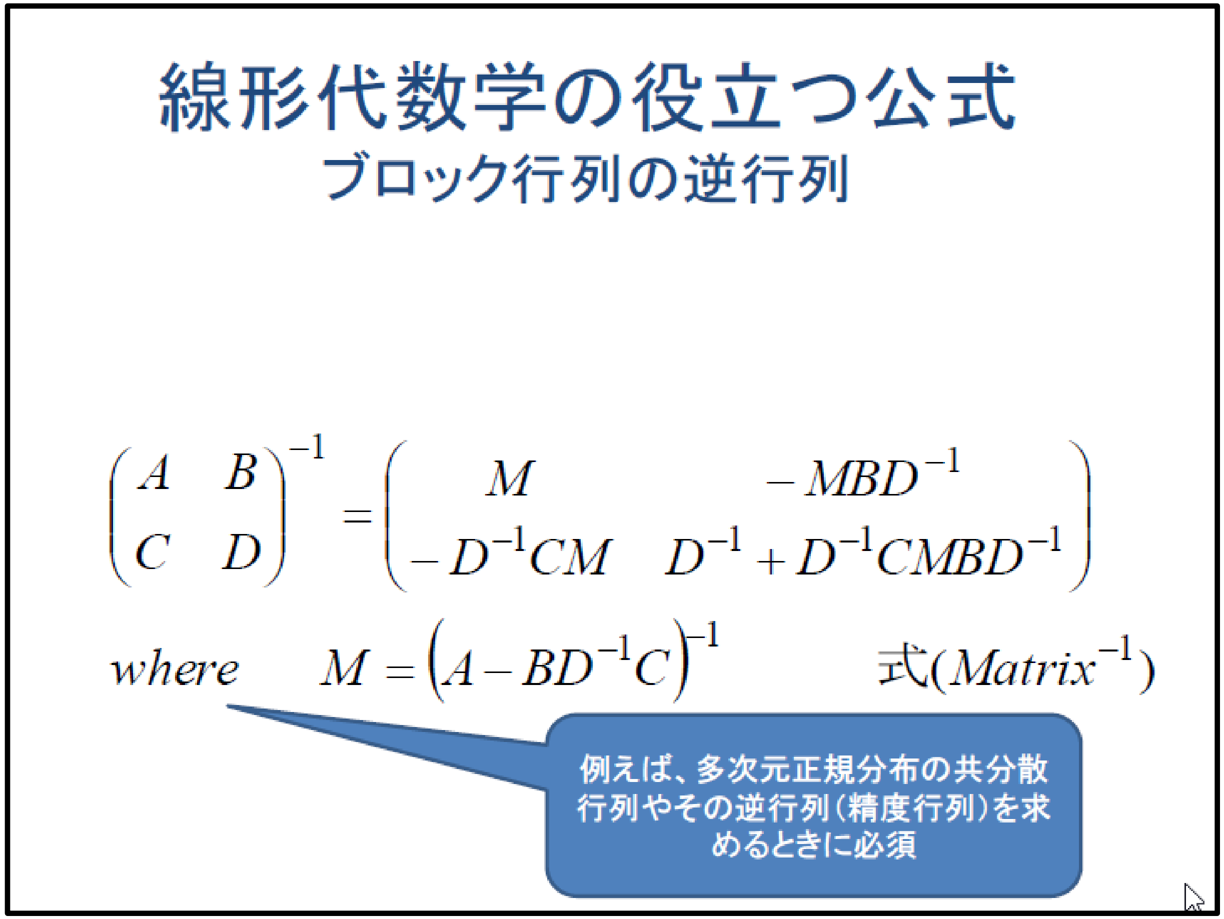
またその式から周辺分布の平均と分散も出ます

$\mu_a$ はすぐ求まる

$$\Sigma_a = (\Lambda_{aa} - \Lambda_{ab}\Lambda_{bb}^{-1}\Lambda_{ba})^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{aa} & \Lambda_{ab} \\ \Lambda_{ba} & \Lambda_{bb} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \Sigma_{aa} & \Sigma_{ab} \\ \Sigma_{ba} & \Sigma_{bb} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad (\Lambda_{aa} - \Lambda_{ab}\Lambda_{bb}^{-1}\Lambda_{ba})^{-1} = \Sigma_{aa}$$




http://www.r.dl.itc.u-tokyo.ac.jp/~nakagawa/SML1/math1.pdf

中川先生の講義資料は役立ちます