

「パターン認識と機械学習」

2-2-1 ディリクレ分布

新納浩幸

多項分布

試行の結果が $A_1 \sim A_K$ のどれか、
 A_k が起こる確率が μ_k

$$\mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_K = 1$$

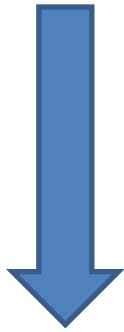
N 回の試行で A_k が m_k 回起こる確率

$$m_1 + m_2 + \cdots + m_K = N$$

$$Mult(m_1, m_2, \cdots, m_K) = \frac{N!}{m_1! m_2! \cdots m_K!} \prod_{k=1}^K \mu_k^{m_k}$$

多項分布の事前分布

$$\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_K)$$



各 μ_k を確率変数と考える

K次元の確率変数となる

事前分布

ディリクレ分布

多項分布の事前分布として標準的に利用される分布

$$Dir(\boldsymbol{\mu} \mid \boldsymbol{\alpha}) = \frac{\Gamma(\alpha_0)}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)\cdots\Gamma(\alpha_K)} \prod_{k=1}^K \mu_k^{\alpha_k-1}$$

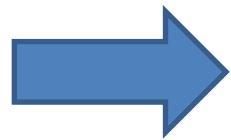
$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$$

$$\alpha_0 = \sum_{k=1}^K \alpha_k$$

$$\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_K)$$

共役事前分布

なぜ多項分布の事前分布にディリクレ分布を使うか？



ディリクレ分布は多項分布の**共役事前分布**

事後分布が事前分布と同じ分布になるような
事前分布、、、計算が楽になる

事後分布

$$\frac{\Gamma(\alpha_0 + N)}{\Gamma(\alpha_1 + m_1)\Gamma(\alpha_2 + m_2)\cdots\Gamma(\alpha_K + m_k)} \prod_{k=1}^K \mu_k^{\alpha_k + m_k - 1}$$