「パターン認識と機械学習」
2-1 二値変数

新納浩幸

ベルヌーイ分布（01分布）

$$X=\{1,0\}$$

$$P(X=1)=\mu$$

$$P(X=0)=1-\mu$$

$$P(X=1)=\mu$$

$$P(X=0)=1-\mu$$

$$\Rightarrow \quad P(X=x)=\mu^{x}(1-\mu)^{1-x}$$

１つの式で書ける

ベルヌーイ分布の平均と分散

$$E(X) = \mu$$

$$V(X) = \mu(1-\mu)$$

$$E(X) = 1 * P(X = 1) + 0 * P(X = 0) = \mu$$

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - E(X)^2 \\ &= 1^2 * P(X = 1) + 0^2 * P(X = 0) - \mu^2 \\ &= \mu - \mu^2 = \mu(1-\mu) \end{aligned}$$

ベルヌーイ分布での最尤法

問題）あるクジを 10回引いた結果は、
当、ハ、ハ、ハ、当、当、ハ、ハ、ハ、ハ、
このクジの当たる確率 θ は？

解）最尤法で解く、クジの結果、当を1、ハを0 の X
X はベルヌーイ分布

$$L(\theta)=\sum_{i=1}^{10}\log P(x_i)=\sum_{i=1}^{10}(x_i\log\theta+(1-x_i)\log(1-\theta))$$

最大化

$$\theta=\frac{\sum_{i=1}^{10}x_i}{10}=\frac{3}{10}$$

二項分布

ベルヌーイ分布ｎ個の和の分布

$$X = \{0,1,2,\cdots,n\}$$

$$P(X = x) = {}_nC_x \mu^x (1-\mu)^{n-x} = \binom{n}{x} \mu^x (1-\mu)^{n-x}$$

二項分布の平均と分散

$$E(X) = n\mu$$
$$V(X) = n\mu(1-\mu)$$

$X = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$　　Y_i 平均 μ のベルヌーイ分布

$$E(X) = E(Y_1) + E(Y_2) + \cdots + E(Y_n) = n\mu$$
$$V(X) = V(Y_1) + V(Y_2) + \cdots + V(Y_n) = n\mu(1-\mu)$$

$\because$ Y_i と Y_j は独立