

「パターン認識と機械学習」

2-1 二値変数

新納浩幸

ベルヌーイ分布 (01分布)

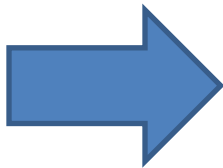
$$X = \{1, 0\}$$

$$P(X = 1) = \mu$$

$$P(X = 0) = 1 - \mu$$

$$P(X = 1) = \mu$$

$$P(X = 0) = 1 - \mu$$



$$P(X = x) = \mu^x (1 - \mu)^{1-x}$$

1つの式で書ける

ベルヌーイ分布の平均と分散

$$E(X) = \mu$$

$$V(X) = \mu(1 - \mu)$$

$$E(X) = 1 * P(X = 1) + 0 * P(X = 0) = \mu$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$= 1^2 * P(X = 1) + 0^2 * P(X = 0) - \mu^2$$

$$= \mu - \mu^2 = \mu(1 - \mu)$$

ベルヌーイ分布での最尤法

問題) あるクジを 10回引いた結果は、
当、ハ、ハ、ハ、当、当、ハ、ハ、ハ、ハ、
このクジの当たる確率 θ は？

解) 最尤法で解く、クジの結果、当を1、ハを0 の X
 X はベルヌーイ分布

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^{10} \log P(x_i) = \sum_{i=1}^{10} (x_i \log \theta + (1 - x_i) \log(1 - \theta))$$

 最大化 $\theta = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{3}{10}$

二項分布

ベルヌーイ分布 n 個の和の分布

$$X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

$$P(X = x) = {}_n C_x \mu^x (1 - \mu)^{n-x} = \binom{n}{x} \mu^x (1 - \mu)^{n-x}$$

二項分布の平均と分散

$$E(X) = n\mu$$

$$V(X) = n\mu(1 - \mu)$$

$X = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$ Y_i 平均 μ のベルヌーイ分布

$$E(X) = E(Y_1) + E(Y_2) + \cdots + E(Y_n) = n\mu$$

$$V(X) = V(Y_1) + V(Y_2) + \cdots + V(Y_n) = n\mu(1 - \mu)$$

$\because Y_i$ と Y_j は独立