

「パターン認識と機械学習」

1-5-5 回帰のための損失関数

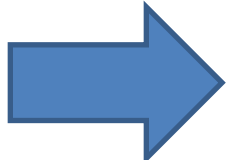
新納浩幸

回帰問題の損失関数

\mathbf{x} : 入力 t : 観測値 $y(\mathbf{x})$: 推定する関数

$$E(L) = \int \int L(t, y(\mathbf{x})) p(\mathbf{x}, \mathbf{t}) d\mathbf{x} dt$$

$$L(t, y(\mathbf{x})) = (y(\mathbf{x}) - t)^2$$

 $E(L) = \int \int (y(\mathbf{x}) - t)^2 p(\mathbf{x}, \mathbf{t}) d\mathbf{x} dt$

最適解

先の式は変分法で解ける(未確認)

$$y(\mathbf{x}) = \frac{\int tp(\mathbf{x}, t)dt}{p(\mathbf{x})} = \int tp(t | \mathbf{x})dt = E(t | \mathbf{x})$$

回帰関数

損失関数の最小値

$$\begin{aligned}(y(\mathbf{x}) - t)^2 &= (y(\mathbf{x}) - E(t | \mathbf{x}) + E(t | \mathbf{x}) - t)^2 \\ &= (y(\mathbf{x}) - E(t | \mathbf{x}))^2 + 2(y(\mathbf{x}) - E(t | \mathbf{x}))(E(t | \mathbf{x}) - t) \\ &\quad + (E(t | \mathbf{x}) - t)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E(L) &= \int (y(\mathbf{x}) - E(t | \mathbf{x}))^2 p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &\quad + \int V(t | \mathbf{x}) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}\end{aligned}$$

y に無関係、ノイズ、最小値

回帰問題への3つのアプローチ

(1) $p(\mathbf{x}, t)$ を解き、 $E(t | \mathbf{x})$ を求める

(2) $p(t | \mathbf{x})$ を解き、 $E(t | \mathbf{x})$ を求める

(3) データから直接 $y(\mathbf{x})$ を求める

難しさの順は (1),(2),(3)