「パターン認識と機械学習」
1-5-5 回帰のための損失関数

新納浩幸

回帰問題の損失関数

$\mathbf{x}$ ：入力　t ：観測値　$y(\mathbf{x})$ ：推定する関数

$$E(L) = \iint L(t, y(\mathbf{x}))p(\mathbf{x}, \mathbf{t})d\mathbf{x}dt$$

$$L(t, y(\mathbf{x})) = (y(\mathbf{x}) - t)^2$$

$$\Rightarrow \quad E(L) = \iint (y(\mathbf{x}) - t)^2 p(\mathbf{x}, \mathbf{t})d\mathbf{x}dt$$

最適解

先の式は変分法で解ける（未確認）

$$y(\mathbf{x}) = \frac{\int tp(\mathbf{x}, t)dt}{p(\mathbf{x})} = \int tp(t \mid \mathbf{x})dt = E(t \mid \mathbf{x})$$

回帰関数

損失関数の最小値

$$(y(\mathbf{x})-t)^2=(y(\mathbf{x})-E(t\,|\,\mathbf{x})+E(t\,|\,\mathbf{x})-t)^2$$

$$=(y(\mathbf{x})-E(t\,|\,\mathbf{x}))^2+2(y(x)-E(t\,|\,\mathbf{x}))(E(t\,|\,\mathbf{x})-t)$$

$$+(E(t\,|\,\mathbf{x})-t)^2$$

$$E(L)=\int(y(\mathbf{x})-E(t\,|\,\mathbf{x}))^2\,p(\mathbf{x})d\mathbf{x}$$

$$+\underline{\int V(t\,|\,\mathbf{x})\,p(\mathbf{x})d\mathbf{x}}$$

y に無関係、ノイズ、最小値

回帰問題への３つのアプローチ

（１） $p(\mathbf{x},t)$ を解き、 $E(t\,|\,\mathbf{x})$ を求める

（２） $p(t\,|\,\mathbf{x})$ を解き、 $E(t\,|\,\mathbf{x})$ を求める

（３）データから直接 $y(\mathbf{x})$ を求める

難しさの順は (1),(2),(3)