

章末問題 1-14 の解答 (新納)

$\theta = (p_{good}, p_{bad}, p_{exciting}, p_{boring})$ とおく。また、

$\theta_1 = (0.50, 0.10, 0.30, 0.10), \theta_2 = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25), \theta_3 = (0.20, 0.30, 0.10, 0.40)$ とおくと、題意より、 $P(\theta = \theta_1) = 0.01, P(\theta = \theta_2) = 0.49, P(\theta = \theta_3) = 0.50$ つまり、 θ は $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ のいずれかに限定されるので、各場合について、

$$\log P(\theta)P(D|\theta) = \log P(\theta) + \log P(D|\theta)$$

の値を調べれば良い。

$\theta = \theta_1$ の場合、 $\log P(\theta_1) = \log 0.01 = -4.605$ また

$$\log P(D|\theta_1) = \log a + 5 \log 0.50 + \log 0.10 + 4 \log 0.30 = \log a - 10.584$$

よって、 $\log P(\theta)P(D|\theta) = \log a - 15.189$ ただし $a = \frac{1}{5!1!4!0!} = \frac{1}{2880}$

$\theta = \theta_2$ の場合、 $\log P(\theta_2) = \log 0.49 = -0.7133$ また

$$\log P(D|\theta_2) = \log a + 5 \log 0.25 + \log 0.25 + 4 \log 0.25 = \log a - 13.863$$

よって、 $\log P(\theta)P(D|\theta) = \log a - 14.576$

$\theta = \theta_3$ の場合、 $\log P(\theta_3) = \log 0.50 = -0.693$ また

$$\log P(D|\theta_3) = \log a + 5 \log 0.20 + \log 0.30 + 4 \log 0.10 = \log a - 18.462$$

よって、 $\log P(\theta)P(D|\theta) = \log a - 19.154$

以上より、 $\theta = \theta_2$ のときが $\log P(\theta)P(D|\theta)$ が最大となるので、

$$p_{good} = p_{bad} = p_{exciting} = p_{boring} = 0.25$$

と推定される。