

章末問題 1-12 の解答 (新納)

$$\begin{aligned} L(p_1, p_2, \dots, p_M) &= \sum_w \log p_w + \sum_w n_w \log p_w \\ &= \sum_w (1 + n_w) \log p_w \end{aligned}$$

L は多変数関数だが、1 変数関数の和となっているので、ヘッセ行列の非対角要素は 0 となっている。そのため各 1 変数関数が凸関数であれば、 L は凸関数となる。実際に、各 1 変数関数は $(1 + n_w) \log p_w$ なので、上に凸となっている。よって L は上に凸の関数となる。