

## 3.4 ベイズ決定則

# 3.5 生成モデルに基づくパターン認識

03T4027N 佐々 知広

# ベイズ決定則

- ベイズ決定則

誤って識別した時の損失を  
最小にするように識別する方法

# 非対称な損失の例

	傘を持っていく	傘を持って いかない
雨が降る	雨に濡れずに済む <div data-bbox="658 758 1219 896" style="border: 1px solid black; padding: 2px;">降水確率が40%ならば 損失はこちらが大きい</div>	雨に濡れて 風邪をひく
雨が降らない	かばんが 少し重くなる	かばんが 軽くて済む

# 条件付きリスク

- 条件付きリスク (conditional risk)

誤った分類をした時の損失の期待値

カテゴリ $y$ に分類すべきパターン $x$ をカテゴリ $y'$ に分類した時の損失の期待値

$$R(y' | x) := \sum_{y=1}^c l_{y,y'} p(y | x)$$

$$p(y | x)$$

$l_{y,y'}$  カテゴリ $y$ に属するパターンを  
カテゴリ $y'$ に分類した時の損失

パターン $x$ がカテゴリ $y$ に  
属する確率

# 全リスク

ベイズ決定則では、条件付きリスクが最小のカテゴリにパターン $x$ を分類する。  
決定領域を  $D_y$  とすることと等しい。

$\hat{y} = \arg \min_y R(y | x)$  条件付きリスクが最小のカテゴリ

$$D_y = \{x \mid R(y | x) \leq R(y' | x) \text{ for all } y' \neq y\}$$

# 全リスク

- 全リスク

条件付きリスクを全ての $x$ について期待値を取ったものを $R$ で表したものの。

$$R := \int_D R(\hat{y} | x) p(x) dx$$

但し、 $\hat{y}$  は識別機の出力である。

- ベイズリスク (Bayes risk)

ベイズ決定則に対する全リスクの値

# 損失が一定の場合

損失  $l_{y,y'}$  がカテゴリ  $y, y'$  によらず一定値の場合、  
ベイズ決定則は最大事後確率則と  
最小誤認別率則と一致する

# 生成モデルに基づくパターン認識

(A) 使用する識別関数の良さを測る基準を選ぶ

ベイズ決定則は現実には損失の値がはっきりしなかったり計算が複雑になる為、最大事後確率則を多く用いる。

(B) 最大事後確率則に基づいて識別関数を設計するには・・・

事後確率  $p(y|x)$  を訓練標本から推定しなければならないが異なるカテゴリに属する同一のパターン $x$ が訓練標本として与えられる事は稀な為難しい。

# 生成モデルに基づくパターン認識

(C) そこで...

事前確率と条件付き確率を訓練標本から推定し

$p(y|x) \propto p(x|y)p(y)$  に基づいて

事後確率の大小を判定。

$p(x|y)$  と  $p(y)$  の積は同時確率と一致

$$p(x|y)p(y) = p(x, y)$$

# 生成モデルに基づくパターン認識

## (D) 生成モデルに基づくパターン認識

$p(x|y)$  と  $p(y)$  を推定することは、訓練標本の生成に用いる同時確率を推定することと等価である。そのためこのような推定を経て識別関数を構成するアプローチを生成モデル (generative model) に基づくパターン認識と呼ぶ。

# 確率関数の求め方

(A) 離散的な確率変数の場合

確率関数  $p(y)$  は  $p(\hat{y}) = \frac{n_y}{n}$

$n_y$  カテゴリ  $y$  に属する訓練標本の数

$n$  全訓練標本の数

# 確率(密度)関数の求め方

## (B) 連続的な確率変数の場合

単純な方法では推定できない。

条件付き確率密度関数  $p(x|y)$  の推定法は

全ての訓練標本  $\{x_i\}_{i=1}^n$  でなく

カテゴリ  $y$  に属する  $n_y$  個の訓練標本  $\{x_i\}_{i: y_i=y}$  だけを用いればよい。

# 確率密度関数の推定法

- パラメトリック法 (parametric method)  
パラメトリックモデル (parametric model) とよばれる有限個のパラメータで記述された確率密度関数の集合の中から真の確率密度関数を最もよく近似するものを選ぶ
- ノンパラメトリック法 (non-parametric method)  
パラメトリックモデルを用いない方法