

# PHPゼミ～連立方程式を解く～

佐々木研究室

06T4073R 三上健太

# 問題

- 連立方程式を解くプログラムを作る
- ガウスの消去法(ガウス・ジョルダン法)でもクラメールの公式を使った方法でもどちらでもよい



今回はガウス・ジョルダン法を用いた

# ガウス・ジョルダン法とは

- 連立方程式を行列とベクトルで表したものをを用いる

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}$$

- 係数行列(左辺)の左上から右下の斜め(対角)の位置にある要素を順番に見ていき、係数を1にするように計算する
- 係数行列が単位行列になるように計算を行うと右辺が答えとなる

# 計算詳細

ex.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 15 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 19 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 20 \end{aligned} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 19 \\ 20 \end{bmatrix}$$

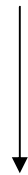
この係数を1に

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 2 & -\frac{5}{2} \\ 0 & -2 & -\frac{9}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{15}{2} \\ -\frac{7}{2} \\ -\frac{35}{2} \end{bmatrix}$$

これらの係数を0に

## 計算詳細(2)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{11}{4} \\ 0 & \textcircled{1} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{37}{4} \\ -\frac{7}{4} \\ -21 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



単位行列になっている

Answer

|           |
|-----------|
| $x_1 = 1$ |
| $x_2 = 2$ |
| $x_3 = 3$ |

# プログラム(計算部分)

```
for($i=0; $i<$count; $i++){  
    #注目式の未知数の係数を1にするためにその係数を格納  
    $a = $value[$i][$i];
```

```
    #注目式の未知数の係数を1にするために注目式全体をaで割る  
    for($j=$i; $j<=$count; $j++){  
        $value[$i][$j] = $value[$i][$j] / $a;  
    }  
}
```

```
#注目式以外の未知数の係数を0にする  
for($j=0; $j<$count; $j++){  
    #注目式以外なら実行  
    if($j != $i){
```

```
        #注目式以外の未知数の係数を格納  
        $tmp = $value[$j][$i];  
        #その値を0にするため、注目式との演算を行う  
        for($k=0; $k<=$count; $k++){  
            $value[$j][$k] = $value[$j][$k] - $tmp*$value[$i][$k];  
        }  
    }  
}
```

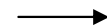
```
    }  
}
```

\$count:未知数の数

\$value:係数配列

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 19 \\ 20 \end{bmatrix}$$

# 実行結果



# 実行結果(2)



方程式の解

$$x_1=1$$

$$x_2=2$$

$$x_3=3$$