

# 「パターン認識と機械学習」 演習問題 1.41 解答

新納浩幸

## 問題 1.41

確率の加法・乗法定理を使って、  
相互情報量  $I(x,y)$  が(1.121) の関係を  
満たすことを示せ。

$$\begin{aligned} I[x, y] &= H[x] - H[x|y] \\ &= H[y] - H[y|x] \end{aligned}$$

# 解答

$$I[x, y] = -\iint p(x, y) \ln \left( \frac{p(x)p(y)}{p(x, y)} \right) dx dy$$

$$= -\iint p(x, y) \ln \left( \frac{p(y)}{p(y|x)} \right) dx dy$$

$$= -\iint p(x, y) \ln p(y) dx dy + \iint p(x, y) \ln p(y|x) dx dy$$

$$= -\int \ln p(y) \int p(x, y) dx dy - H[y|x]$$

$$= -\int p(y) \ln p(y) dy - H[y|x]$$

$$= H[y] - H[y|x]$$

また  $I[x, y] = H[x] - H[x|y]$  は  $x$  と  $y$  の対称性より明らか