

演習問題 1.39 解答

久保田 敦

7月11日

問題

[1] 2つの2値変数 x, y が表 1.3 の分布を持つとする。以下の量を計算せよ。

- (a) $H[x]$ (c) $H[y|x]$ (e) $H[x, y]$
 (b) $H[y]$ (d) $H[x|y]$ (f) $I[x, y]$

[2] これらの様々な量の間関係を示す図をかけ。

表 1.3 : 2つの2値変数 x, y に対する同時分布 $p(x, y)$

		y	
		0	1
x	0	1/3	1/3
	1	0	1/3

解答 [1]

$$(a) H[x] = -\sum_i p(x_i) \ln p(x_i) = -p(x_0) \ln p(x_0) - p(x_1) \ln p(x_1) = -\frac{2}{3} \ln \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \ln \frac{1}{3} = 0.636514$$

$$(b) H[y] = -\sum_i p(y_i) \ln p(y_i) = -p(y_0) \ln p(y_0) - p(y_1) \ln p(y_1) = -\frac{1}{3} \ln \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \ln \frac{2}{3} = 0.636514$$

$$(c) H[y|x] = -\sum_i \sum_j p(y_i, x_j) \ln p(y_i|x_j)$$

$$= -p(y_0, x_0) \ln p(y_0|x_0) - p(y_0, x_1) \ln p(y_0|x_1) - p(y_1, x_0) \ln p(y_1|x_0) - p(y_1, x_1) \ln p(y_1|x_1)$$

$$= -\frac{1}{3} \ln \frac{1}{2} - 0 \ln 0 - \frac{1}{3} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \ln 1$$

$$= 0.462098$$

$$(d) H[x|y] = -\sum_i \sum_j p(x_i, y_j) \ln p(x_i|y_j)$$

$$= -p(x_0, y_0) \ln p(x_0|y_0) - p(x_0, y_1) \ln p(x_0|y_1) - p(x_1, y_0) \ln p(x_1|y_0) - p(x_1, y_1) \ln p(x_1|y_1)$$

$$= -\frac{1}{3} \ln 1 - \frac{1}{3} \ln \frac{1}{2} - 0 \ln 0 - \frac{1}{3} \ln \frac{1}{2}$$

$$= 0.462098$$

$$(e) H[x, y] = H[y|x] + H[x] = 0.462098 + 0.636514 = 1.098612$$

$$(f) I[x, y] = H[x] - H[x|y] = 0.636514 - 0.462098 = 0.174416$$

解答 [2]

