

1.37 (1.111) の定義と確率の乗法定理から、(1.112) を証明せよ。

$$H[y|x] = - \int \int p(x, y) \ln p(y|x) dy dx \quad (1.111)$$

$$H[x, y] = H[y|x] + H[x] \quad (1.112)$$

解答.

$$H[x, y] = - \int \int p(x, y) \ln p(x, y) dx dy$$

乗法定理から

$$= - \int \int p(x, y) \ln p(y|x) p(x) dx dy$$

$$= - \int \int p(y, x) \ln p(y|x) dy dx - \int \int p(x, y) \ln p(x) dx dy$$

$$= - \int \int p(y, x) \ln p(y|x) dy dx - \int p(x) \ln p(x) dx$$

(1.111) より

$$= H[y|x] + H[x]$$