演習 1.2

茂木 哲矢

2008 年 6 月 20 日

1．2（**基本**）　正則化された二乗和誤差関数 (1.4) を最小にする係数 w_i が満たす，(1.122) に類似した線形方程式系を書き下せ.

■Answer　正則化された二乗和誤差関数 (1.4)

$$E(\boldsymbol{w}) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\{y(x_n,\boldsymbol{w}) - t_n\}^2 + \frac{\lambda}{2}||\boldsymbol{w}||^2$$

を w_i で偏微分して，

$$\left\{\begin{array}{lcl} \frac{\partial E(\boldsymbol{w})}{\partial w_0} & = & \sum_{n=1}^{N}(y(x_n,\boldsymbol{w}) - t_n)(x_n)^0 + \lambda w_0 \\ \frac{\partial E(\boldsymbol{w})}{\partial w_1} & = & \sum_{n=1}^{N}(y(x_n,\boldsymbol{w}) - t_n)(x_n)^1 + \lambda w_1 \\ & \vdots & \\ \frac{\partial E(\boldsymbol{w})}{\partial w_M} & = & \sum_{n=1}^{N}(y(x_n,\boldsymbol{w}) - t_n)(x_n)^M + \lambda w_M \end{array}\right. \tag{1}$$

$i = (0,1,2,\cdots,M)$ とすると，(1) 式より，

$$\sum_{n=1}^{N}(y(x_n,\boldsymbol{w}) - t_n)(x_n)^i + \lambda w_i = 0 \tag{2}$$

式を整理して，

$$\sum_{j=0}^{M} w_j\{\sum_{n=1}^{N}(x_n)^{i+j}\} - \sum_{n=1}^{N} t_n(x_n)^i + \lambda w_i = 0$$

ここで，

$$A_{ij} = \sum_{n=1}^{N}(x_n)^{i+j}, T_i = \sum_{n=1}^{N}(x_n)^i t_n$$

とおくと，(2) 式は

$$\sum_{j=0}^{M} A_{ij} w_j + \lambda w_i = T_i \tag{3}$$