

2.4.2 共役事前分布

茨城大学工学部情報工学科

05T4072R

相原 功昌

既出の共役事前分布

表1 共役事前分布の種類

| 確率分布 | 共役事前分布 |
|-------------------|-----------|
| •ベルヌーイ分布 •二項分布 | •ベータ分布 |
| •多項分布 | •ディリクレ分布 |
| •ガウス分布(平均) | •ガウス分布 |
| •ガウス分布(精度) | •ウィシャート分布 |

一般的な確率分布について

- ある確率分布 $p(x | \eta)$ について、共役事前分布 $p(\eta)$ を求めることが可能

指数型分布族について

- 指数型分布族(2.194)の任意の分布について、式(2.229)の形で書ける共役事前分布が存在

$$p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\eta}) = h(\mathbf{x}) g(\boldsymbol{\eta}) \exp\{\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{u}(\mathbf{x})\} \quad \dots (2.194)$$

$$p(\boldsymbol{\eta} | \boldsymbol{\chi}, \nu) = f(\boldsymbol{\chi}, \nu) g(\boldsymbol{\eta})^\nu \exp\{\nu \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\chi}\} \quad \dots (2.229)$$

- $f(\boldsymbol{\chi}, \nu)$: 正規化係数

共役性の確認

- 事前分布→式(2.229)
- 尤度関数→式(2.227)

$$p(X | \eta) = \left(\prod_{n=1}^N h(\mathbf{x}_n) \right) g(\eta)^N \exp \left\{ \eta^T \sum_{n=1}^N \mathbf{u}(\mathbf{x}_n) \right\} \dots (2.227)$$

- 事後分布→式(2.230)
=事前分布 × 尤度関数

$$p(\eta | X, \chi, \nu) \propto g(\eta)^{\nu+N} \exp \left\{ \eta^T \left(\sum_{n=1}^N \mathbf{u}(\mathbf{x}_n) + \nu \chi \right) \right\} \dots (2.230)$$

各パラメータについて

- 事前分布のパラメータ: ν
→ 有効な事前の仮想観測値の数
- 仮想観測値では、十分統計量 $u(x)$ の代わりに \mathcal{X} が与えられる