

第12章 ベイジアン・ネットワーク入門

§12.1 確率のエンコーディングと確信計算

§12.2 有向グラフとマルコフ性

05T4074A

久保田 敦

目次

- §12.1 確率のエンコーディングと確信計算
 - ベイジアン・ネットワーク
 - エンコーディング
 - ベイジアン・ネットワークの利点
- §12.2 有向グラフとマルコフ性
 - 有向非巡回グラフにおけるマルコフ性
 - ベイジアン・ネットワークの例

§12.1 確率のエンコーディングと確信計算(1)

➤ ベイジアン・ネットワーク

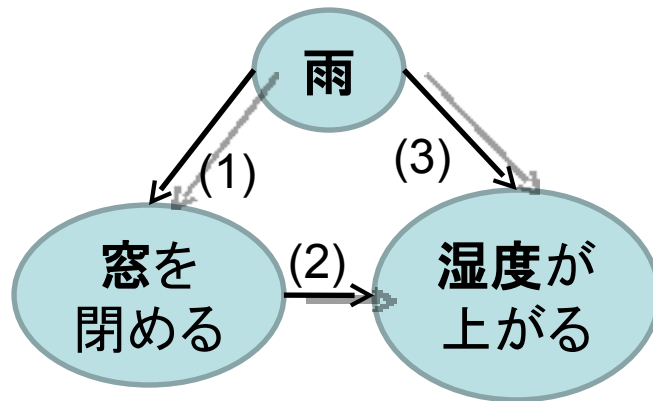
人の持つ「確信の度合」を表す「**有向非巡回グラフ**」。

(ノード:  アーク: )

➤ エンコーディング

事象の依存関係を確率に翻訳すること。

- 例(雨:R 窓:W 湿度:H)



P(W|R)の表

雨	閉める(T)	閉めない(F)
降る(T)	0.70	0.30
降らない(F)	0.05	0.95

P(R)の表

降る(T)	降らない(F)
0.40	0.60

P(H|W,R)の表

窓	雨	上がる(T)	上がらない(F)
T	T	0.90	0.10
T	F	0.80	0.20
F	T	0.65	0.35
F	F	0.01	0.99

§12.1 確率のエンコーディングと確信計算(2)

- 同時確率を依存関係の条件付確率の積であらわす。

$$\begin{aligned}P(H, W, R) &= P(H|W, R) \cdot P(W, R) \\ &= P(H|W, R) \cdot P(W|R) \cdot P(R)\end{aligned}$$

- 確信計算: $P(\text{雨}|\text{湿度が上がる})$

$$P(R=T|H=T) = \frac{P(H=T|R=T) \cdot P(R=T)}{P(H=T)} = 0.741$$

➤ ベイジアン・ネットワークの利点

局所的なばらばらの依存関係を用いて容易に確率をエンコーディングできる

§12.2 有向グラフとマルコフ性(1)

ベイジアン・ネットワークを使うには局所的構造を定めておかなければならない。

(アークの向きとそれに基づく計算ルール)

1. 一般的な依存の連鎖

$$\begin{aligned} &P(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) \\ &= P(X_5 | X_4, X_3, X_2, X_1) \cdot P(X_4, X_3, X_2, X_1) \\ &= P(X_5 | X_4, X_3, X_2, X_1) \cdot P(X_4 | X_3, X_2, X_1) \cdot P(X_3 | X_2, X_1) \cdot P(X_2 | X_1) \cdot P(X_1) \end{aligned}$$

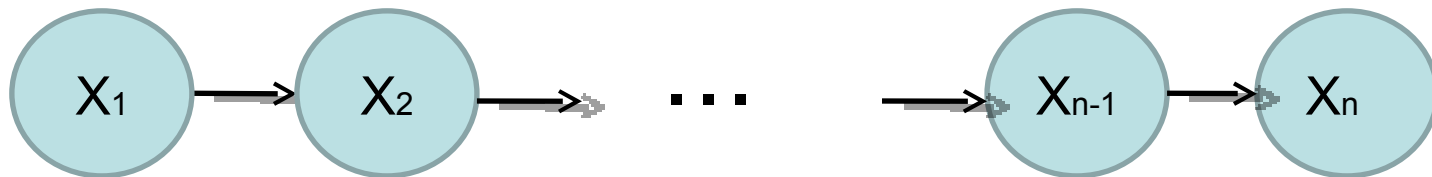
一般形:

$$P(X_n, X_{n-1}, \dots, X_1) = \prod_{i=2}^n p(X_i | X_{i-1}, X_{i-2}, \dots, X_2, X_1)$$

§12.2 有向グラフとマルコフ性(2)

2. マルコフ性

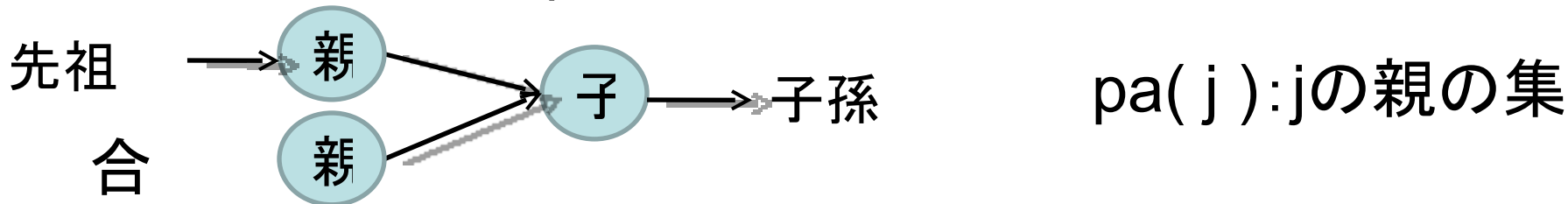
Xの出方が直前のみ依存すること。



$$P(X_n, X_{n-1}, \dots, X_1) = P(X_1) \prod_{i=2}^n p(X_i | X_{i-1})$$

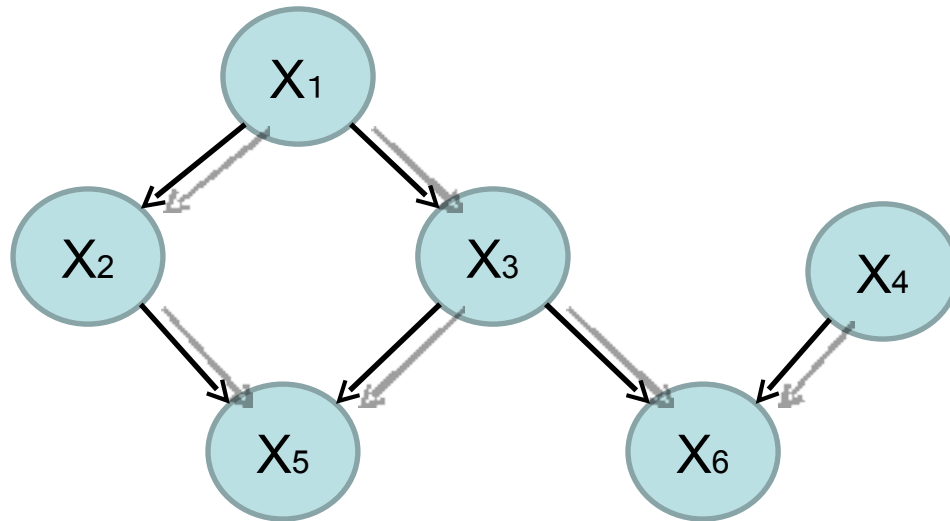
3. 有向非巡回グラフにおけるマルコフ性

親のみに依存し先祖には依存しないこと。



$$P(X_n, X_{n-1}, \dots, X_1) = p(X_1) \prod_{i=2}^n p(X_i | pa(X_i))$$

例：ベイジアン・ネットワーク



図のような依存関係から
条件付確率から親だけをのこすと

$$\begin{aligned} &P(X_6, X_5, X_4, X_3, X_2, X_1) \\ &= P(X_6 | X_4, X_3) \cdot P(X_5 | X_3, X_2) \cdot P(X_4) \cdot P(X_3 | X_1) P(X_2 | X_1) \cdot P(X_1) \end{aligned}$$