第8章　医学とベイズ決定

§8.4　確率的情報処理における更新
§8.5　疾病名のベイズ診断：ケーススタディー

05T4074A
久保田　敦

目次

- §8.4　確率的情報処理における更新
    - -確率的情報処理における更新
    - -ベイズ診断例
- §8.5　疾病名のベイズ診断：ケーススタディー
    - -疾病名のベイズ診断：ケーススタディー
    - -　例１：チェック・リストによるベイズ診断
    - -例2：ぜんそくのベイズ診断への適用例

§8.4　確率的情報処理における更新

　ベイズの定理を用いた事後確率の変化を一般的な形で調べていく。

事前・事後確率を　y/(1−y)　の形にする。式(8.3.3)より

$$(P(D \mid T^{+})=)\,p' = \frac{s_{+}p}{s_{+}p + (1-s_{-})(1-p)} \qquad (8.4.1)$$

$$\frac{p'}{1-p'} = L \cdot \frac{p}{1-p} \qquad \left(L = \frac{s_{+}}{1-s_{-}} \right)$$

- 一般にy/(1−y)はy(0<y<1)の大小関係と一致する。
- 通常L>1である。

よって陽性反応適中度p’は有病率pより大きくなる。

§8.4　ベイズ診断例（1）

同じく第1章の数値を用いる。

$$L = \frac{s_+}{1 - s_-} = \frac{0.950}{0.050} = 19$$

よって検査前後の関係は

$$\frac{p'}{1-p'} = 19 \cdot \frac{p}{1-p} \qquad (8.4.3)$$

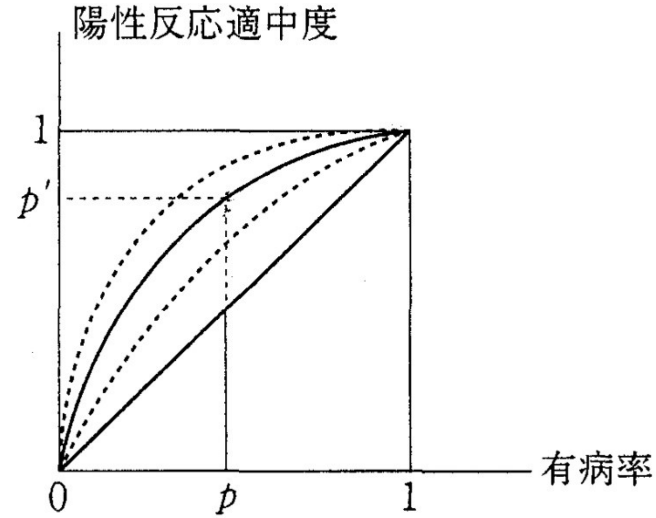
ここで　$\Omega = \dfrac{p}{1-p}, \Omega' \dfrac{p'}{1-p'} \quad \left(0 \le \Omega \le \infty, 0 \le \Omega' \le \infty\right)$

の比（L=19）をオッズ比と呼ぶ。

Ωは値が大きいほど起こりやすい現象。

§8.4 ベイズ診断例(2)

$$18pp' - 19p + p' = 0$$



1. 陽性反応適中度＞有病率

- p'=f(p)はpの単調な関数でf(0)=0、f(1)=1
- p'とpの差は中央付近で最大。よって医師にとっての情報が最大となる。
- 感度、特異度で関数は変化するがL>1の限りf(p)>pで対角線の上側にある。

§8.5 疾病名のベイズ診断：ケーススタディー

原因・結果の関係をn種類の疾病・症候の間に適用して疾病名の診断をする。

疾病：$D_1, D_2, \cdots D_n$　　　症候：$S_1, S_2, \cdots S_m$

- 疾病はすべての可能性を含んでいる。
- 同時に2つの疾病が原因にはならない

各疾病の事前確率：P(D)
各疾病から症候Sが起こる確率：P(S|D)

症候Sを観測した場合にそれが原因Dである事後確率

$$P(D_i \mid S) = \frac{P(D_i) \cdot P(S \mid D_i)}{\sum_k P(D_k) \cdot P(S \mid D_k)} \qquad (8.5.1)$$

§8.5 疾病名のベイズ診断：ケーススタディー（2）

症候が多数の場合症候ごとに（8.5.1）で診断。
（疾病D_i で症候S_j が現れる確率$P(S_j \mid D_i)$の表が必要）

- 症候がないことも1つの症候である。

a_j：1（S_j がある）、0（S_j がない）

$$P(D_i \mid a_1, a_2, \cdots, a_m)$$

$$= \frac{P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{m} \left\{ a_j P(S_j \mid D_i) + (1 - a_j)(1 - P(S_j \mid D_i)) \right\}}{\sum_{i=1}^{n} P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{m} \left\{ a_j P(S_j \mid D_i) + (1 - a_j)(1 - P(S_j \mid D_i)) \right\}} \qquad (8.5.2)$$

※各症候が独立でないときは確率の積では表せない。
（すべての組み合わせの確立が必要）

例1：チェック・リストによるベイズ診断

・疾病（D1,D2）　　　・症候（S1,S2,S3）

疾病・症候行列

D_i	$P(D_i)$	$P(S_j \mid D_i)$		
		S_1	S_2	S_3
D_1	0.23	0.10	0.70	0.60
D_2	0.77	0.80	0.20	0.50

症候のチェックが(1,0,1)であるときのD_1の事後確率は

$$P(D_i \mid 1,0,1)$$

$$= \frac{0.23 \cdot (0.1)(1-0.7)(0.6)}{0.23(0.1)(1-0.7)(0.6)+0.77(0.8)(1-0.2)(0.5)}$$

$$= 0.01652(1.6\%)$$

例2：ぜんそくのベイズ診断への適用例（1）

D：ぜんそく　$\overline{D}$：ぜんそくなし　S：質問$S_{1\sim6}$の0,1パターン

ぜんそくのベイズ診断

質問リストS						ぜんそく		ぜんそくなし		L
1	2	3	4	5	6	人数	P(S|D)	人数	$P(S\|\overline{D})$	
no	no	no	yes	no	no	0	0	16	0.03095	0
no	no	no	no	yes	no	0	0	6	0.01161	0
…										

(8.5.1)より、D、$\overline{D}$の事後確率は

$$P(D|S)=\frac{P(D)\cdot P(S|D)}{P(D)\cdot P(S|D)+P(\overline{D})\cdot P(S|\overline{D})}$$

$$P(\overline{D}|S)=\frac{P(\overline{D})\cdot P(S|\overline{D})}{P(D)\cdot P(S|D)+P(\overline{D})\cdot P(S|\overline{D})} \quad (8.5.3)$$

例2：ぜんそくのベイズ診断への適用例（2）

Dと$\overline{\mathrm{D}}$を(8.4.2)と同様に比較する

$$\frac{P(D \mid S)}{P(\overline{D} \mid S)} = \frac{P(S \mid D)}{P(S \mid \overline{D})} \cdot \frac{P(D)}{P(\overline{D})} \qquad (8.5.4)$$

よってDと$\overline{\mathrm{D}}$の確立の比は

$$L = \frac{P(S \mid D)}{P(S \mid \overline{D})} \qquad (8.5.5)$$

このLが大きいほどSはぜんそく（D）を強く示す。