§3.3 確信の形成のようす
§3.4 決定の正しさと到達時間

相原　功昌

茨城大学

2008 年 9 月 26 日

確信の形成のようす

人々のリスクの感じ方の変化
→一般的問題を扱う

確信の形成の様子
→ベイズの定理で記述（式 1.2.8）

$$P(E_i|F) = \frac{P(E_i)P(F|E_i)}{\sum_{j=1}^{\infty} P(E_j)P(F|E_j)} \tag{1.2.8}$$

→ 1 期前の確信の状態 w^{n-1} をもとに
今期の確信の状態 w^n がいかなる形で形成されるかを表す

例

Table: 3.3　信号の確率 (一般的な形)

状態 \ 信号	z_1	z_2
θ_1	p_{11}	p_{12}
θ_2	p_{21}	p_{22}

表 3.3 が与えられたとすると

$$w^{(n)} = \frac{w^{(n-1)}p_{11}}{w^{(n-1)}p_{11} + (1 - w^{(n-1)})p_{21}} (z_1 \text{ のとき}) \tag{3.3.1}$$

$$w^{(n)} = \frac{w^{(n-1)}p_{12}}{w^{(n-1)}p_{12} + (1 - w^{(n-1)})p_{22}} (z_2 \text{ のとき}) \tag{3.3.2}$$

$w^{(n)}$ = 第 n 期の、状態 θ_1 に対する確信（確率）

$w^{(n-1)}$ = 第 $(n-1)$ 期の、状態 θ_1 に対する確信（確率）

数値を代入

Table: 3.2　「羊飼いの少年とオオカミ」の話の構造確率

状態＼信号	z_1：来る	z_2：来ない
θ_1：ウソツキ	0.33	0.67
θ_2：正直	0.75	0.25

w：村人から見て、少年がウソツキである確率

・z_1 の時：$w^{(n)} < w^{(n-1)}$

→ウソツキの確信は減少

・z_2 の時：$w^{(n)} > w^{(n-1)}$

→ウソツキの確信は増加

$w^{(0)}$ が低い（＝ウソツキだという確信が低い）と、

少年に対する確信が形成されるのに時間がかかる

情報量

確信の度合い：事後確率で表され、式 (3.3.5) で表される

$$w^{(n)} = \frac{1}{1 + be^{-L_n}} \tag{3.3.5}$$

b：$w^{(0)}$ による部分で、式 (3.3.6) で表される

$$b = \frac{1 - w^{(0)}}{w^{(0)}} \tag{3.3.6}$$

L_n：情報投入量と呼ばれ、式 (3.3.7) で表される

$$\begin{aligned} L_n &= (z_1 \text{ の回数}) \log_e \frac{p_{11}}{p_{21}} + (z_2 \text{ の回数}) \log_e \frac{p_{12}}{p_{22}} \qquad (3.3.7) \\ &= (z_1 \text{ の回数})(1 \text{ 回あたりの情報量}) + (z_2 \text{ の回数})(1 \text{ 回あたりの情報量}) \end{aligned}$$

ロジスティック曲線

式 (3.3.5) のグラフを図 3.4 に表す

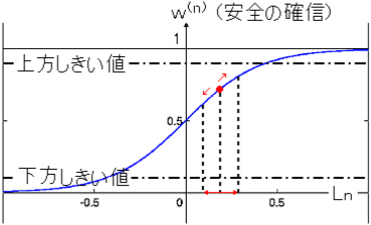

Figure: 3.4　ロジスティック曲線

→ロジスティック曲線

- シグモイド曲線の１つ
- 生物統計学では、横軸に投与量、縦軸に反応や効果がとられる
- 社会学、心理学、医学などでも、似た関数が用いられる
- 正規オージブ (正規分布の累積分布関数) など

情報投入量に対する反応

L_n に対して形成される確信 $w^{(n)}$ の大きさ
→ロジスティック曲線 (3.3.5) で表される
点 $(L_n, w^{(n)})$ はロジスティック曲線上を、時間的に行き来する
→確率的にランダム・ウォークする

意思決定に至るしきい値が存在
→式 (3.3.5)〜(3.3.7) から、ランダム・ウォークの計算により意思決定に至る人間の潜在構造のモデル化ができる

- どちらの意思決定がどれくらいの確率で出るか
- どれくらいの期間がかかるか

を求めることができる

L_n の確率の構造

L_n の式 (3.3.7) において
$p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}$ の構造が極端なほど
L_n の絶対値は大きく、$w^{(n)}$ の収束が速い

$w^{(n)}$ の収束に対して、リスクのしきい値（上下）を設定
→「安全」「危険」と反応

§3.4 決定の正しさと到達時間

いつごろ、しきい値に到達するかという問題

- 一般
  →確率論におけるランダム・ウォークの問題
- L_n の形のものに対して
  →逐次分析の問題として扱う

原子力発電の例

原子力発電の例
表 3.5 のように値を設定

Table: 3.5　信号の確率構造の例

状態＼信号	(事故なし)z_1	(事故あり)z_2
θ_1(安全)	$\frac{24}{31}$	$\frac{7}{31}$
θ_2(危険)	$\frac{3}{31}$	$\frac{28}{31}$

しきい値の設定例：上方＝ 0.80、下方＝ 0.07

$w^{(n)}$ がどちらかのしきい値に、先に達するまでの時間（$n = T$）がどのくらいになるか
→期待値 $E(T)$ で算出

原子力発電の例 (2)

結果
→表 3.6

Table: 3.6　決定の時期と判断の確率

	(真の状態)	
	θ_1 のとき	θ_2 のとき
究極的決定の得られる時期 $E(T)$	1.45 年後（1年 5ヶ月後）	3.87 年後（3年 10ヵ月後）
θ_1 と判断 (安全)	0.95	0.03
θ_2 と判断 (危険)	0.05	0.97

- 判断のためのしきい値に年数が応じている
- １期間＝１年　　としている