

「ベイジアンネットワーク概説」

## 3.4 相互情報量による木の生成

新納浩幸

# 木の生成とMWST

木 …… BN のグラフのこと、ただし向きはない

木の生成、つまり BN のグラフを作る手法を紹介している



MWST (Maximum weight spanning tree)

By Chow 1968

直線的な構造しか予測できない

# Kullback-Leibler 測度

2つの分布間の疑距離を測る

真の分布(同時確率分布)

$$P_0 = p(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

想定する分布

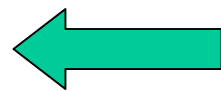
$$P_1 = p(X_1, X_2, \dots, X_n | B_S) = \prod_{i=1}^N p(X_i | pa(X_i), B_S)$$

$$D(P_0, P_1) = \sum_{X_1, X_2, \dots, X_n} P_0 \log \frac{P_0}{P_1}$$

# KLからの推定

2つの分布間が一致するほどKLの値は小さくなる

$$D(P_0, P_1) = \sum_{X_1, X_2, \dots, X_n} P_0 \log \frac{P_0}{P_1}$$

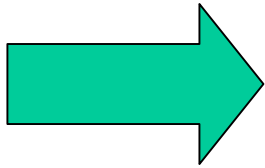


最小化する P1 を求めればよい

実際は P0 (真の分布) が未知なので工夫が必要

# 定理3.1

$D(P_0, P_1)$  を最小化する  $P_1$  は、構造  $B_S$  におけるすべての枝の相互情報量の和を最大にする



MWST アルゴリズム

# MWST アルゴリズム

## Step1

すべての枝の組み合わせの相互情報量を求める

## Step2

最大の枝を取り出し、木を構成する枝とする

## Step3

ループができるなら次候補を選ぶ

## Step4

Step3 を  $n-1$  個の枝が選ばれるまで続ける

# 例(1)

|   | 1 | 2      | 3      | 4      | 5      |
|---|---|--------|--------|--------|--------|
| 1 |   | 0.0756 | 0.0274 | 0.0038 | 0.0017 |
| 2 |   |        | 0.0308 | 0.0060 | 0.0004 |
| 3 |   |        |        | 0.0308 | 0.1264 |
| 4 |   |        |        |        | 0.0499 |
| 5 |   |        |        |        |        |

表3.1 からの5変数間の相互情報量

# 例(2)

|   | 1 | 2      | 3      | 4      | 5      |
|---|---|--------|--------|--------|--------|
| 1 |   | 0.0756 | 0.0274 | 0.0038 | 0.0017 |
| 2 |   |        | 0.0308 | 0.0060 | 0.0004 |
| 3 |   |        |        | 0.0308 | 0.1264 |
| 4 |   |        |        |        | 0.0499 |
| 5 |   |        |        |        |        |

3-5

|   | 1 | 2      | 3      | 4      | 5      |
|---|---|--------|--------|--------|--------|
| 1 |   | 0.0756 | 0.0274 | 0.0038 | 0.0017 |
| 2 |   |        | 0.0308 | 0.0060 | 0.0004 |
| 3 |   |        |        | 0.0308 | 0.1264 |
| 4 |   |        |        |        | 0.0499 |
| 5 |   |        |        |        |        |

3-5-4

|   | 1 | 2      | 3      | 4      | 5      |
|---|---|--------|--------|--------|--------|
| 1 |   | 0.0756 | 0.0274 | 0.0038 | 0.0017 |
| 2 |   |        | 0.0308 | 0.0060 | 0.0004 |
| 3 |   |        |        | 0.0308 | 0.1264 |
| 4 |   |        |        |        | 0.0499 |
| 5 |   |        |        |        |        |

1-2

ループ

|   | 1 | 2      | 3      | 4      | 5      |
|---|---|--------|--------|--------|--------|
| 1 |   | 0.0756 | 0.0274 | 0.0038 | 0.0017 |
| 2 |   |        | 0.0308 | 0.0060 | 0.0004 |
| 3 |   |        |        | 0.0308 | 0.1264 |
| 4 |   |        |        |        | 0.0499 |
| 5 |   |        |        |        |        |

1-2-3-5-4

# 相互情報量計算例

$$P(X_1 = 0, X_2 = 0) = 0.25$$

$$P(X_1 = 0, X_2 = 1) = 0.05$$

$$P(X_1 = 1, X_2 = 0) = 0.15$$

$$P(X_1 = 1, X_2 = 1) = 0.55$$

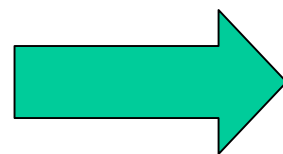
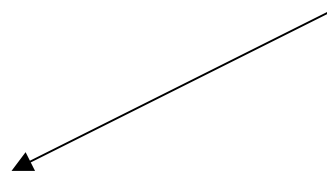
$$P(X_1 = 0) = 0.3$$

$$P(X_1 = 1) = 0.7$$

$$P(X_2 = 0) = 0.4$$

$$P(X_2 = 1) = 0.6$$

表3.1 より  
これらは出る



$$I(X_1, X_2) = 0.0756$$

log の底は 10 で計算