# ベイジアン
# ネットワーク概説

2.3 因果のモデル

2.4 グラフ表現と因果関係

発表者:　南　慶典
発表日:　10月27日（金）

# 2.3 概要（と言うよりまとめ）

- A→Bという因果関係を設定した場合、P（B|A）を今までどおりの計算で求めることは出来ない。
- AはBの原因であるから観測された値でなくてはならない。これは人為的な操作が必要になる。
- またベイズの定理は人為的な操作がなされた場合には機能しない。時間的に先行している事象の観測値は、結果となる事象の観測値に影響されないからである。
- AとBの因果関係があるかどうかを調べることを可能にする方法は無作為割り当て。実際には難しい。
- それでも因果関係を検討できるのは次の場合。
独立変数Xと従属変数Yとの関係に影響をあたえるかもしれない他の要因をZとする。XとYが独立となるようなZを測定すれば、そのZにおいて、Xの影響によるYの変化を検討できる。

# 2.3 因果のモデル

無作為実験と言う操作がなくても、調査や観察データに対しても、
統計モデルf(Y|X,Z)を通してXの効果を知ることが出来る。

YやXを一括して、場合によっては原因となり、場合によっては結果となるような因果の関係をネットワークで表現したものが**因果モデル**である。

- 例えば、いま住んでいる県で、昨年１年間に

A: 警報装置を設置する（Alarm）
B: 盗難に遭う（Burglary）

が起こった確率について評価する。

# 因果のモデルの例

**P(A)＝P(B)**と仮定する。$\overline{A}$ と$\overline{B}$ をそれぞれの否定とする
このとき、**P(A|B)**と**P(B|A)**は等しい値にならなければならない

$$P(A|B) = \frac{P(A,B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = P(B|A)$$

- AがBに時間的に先行する場合とBがAに先行する場合の両方があることを考えればこれは不思議ではない。
- P(A)＝P(B)という疑わしい仮定を省いても、$P(A|B) > P(A|\overline{B})$ ならば、$P(B|A) > P(B|\overline{A})$ という関係が導かれる。

# 因果関係を確率で考えると・・・

ところが、A → Bという因果関係を設定した場合には、**P(B|A)**は、

「警報装置をつけた場合にその後盗難に遭う確率」を意味する。

このような、確率の使い方は通常行われないので、特別な表記を必要とする。

Aを人為的に設定したという意味を**P（B ｜ set(A)）**と表記する。

# 確率変数X、Y で考えた場合


図 2.2

YとXはともに1個の確率変数、図2.2は、XがYの原因であると主張するモデル。XからYを予測するのが予測分布**P(Y|X)**であり、YからXを推論するのがベイズの定理**P(X|Y)**である。

<u>しかし先にみたように、確率的にはこの矢印は意味がない</u>

このように、Xがある特定の値 $x_0$ をとるように強制するとき、$set(X_i = x_i)$ と書くとすると、このとき、

$$P(Y|set(X=x_0)) = P(Y|X=x_0)$$

# 過去の内容は未来に影響されない

Yを $y_0$ に人為的に固定するとき、すでに起こっている $x$ に影響を与えることが出来ない。すなわち

$$P(X|set(Y=y_0)) = P(X) \neq P(X|Y=y_0)$$

となり、ベイズの定理（p.15）は成立しない。ベイズの定理は、自然の設定で観測されるときに過去にさかのぼって推論する方法であり、人為的な操作がなされる場合には機能しない。

# 識別可能かどうか

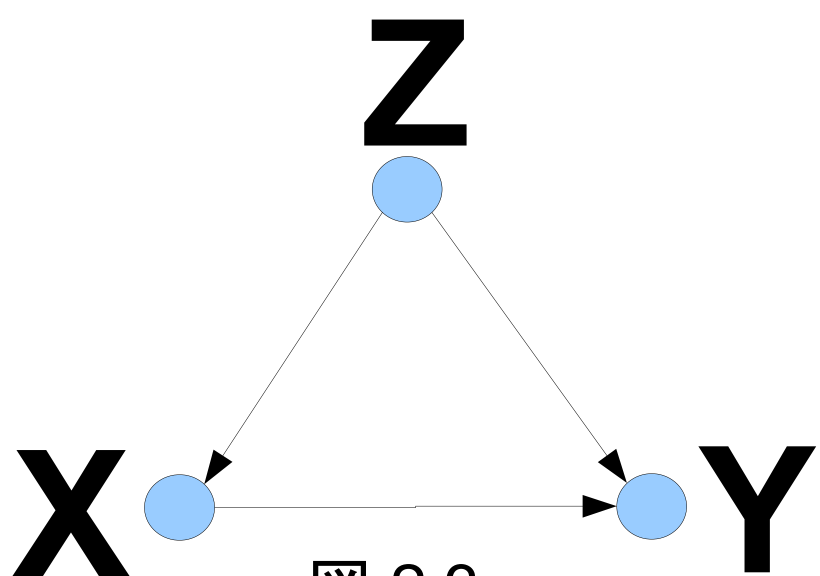


図 2.3

この状況でXを所与とするYの分布を計算すると、

$$P(Y|X)=\sum_{Z} P(Y|X, Z=z)P(Z=z)$$

$Z=z$所与のもとでのXが与えられたときのYの分布が観測可能ならば、$P(Y|X)$ を推定することができる。これを識別可能という。

# 裏道基準

現実のネットワークモデルはより複雑であり、識別可能であるかどうかの判断が難しい場合がある。このような状況において、XからYの因果関係が推定できる一つの条件は、**裏道基準**（back door criterion）と呼ばれる。その基準とは、次の2つの条件を満たすノードの組Sが観測されることである。

（1） Sの中のどのノードもXの子孫ではない
（2） Xへ向かうアークをもつ、XとYとのすべてのパスをSはブロックする

図2.4において、$Z_1$と$Z_2$の組、$S=(Z_1, Z_2)$は裏道基準を満たす。すなわち、$Z_1$と$Z_2$を観測すればXとYとの間の関係を推定できる。

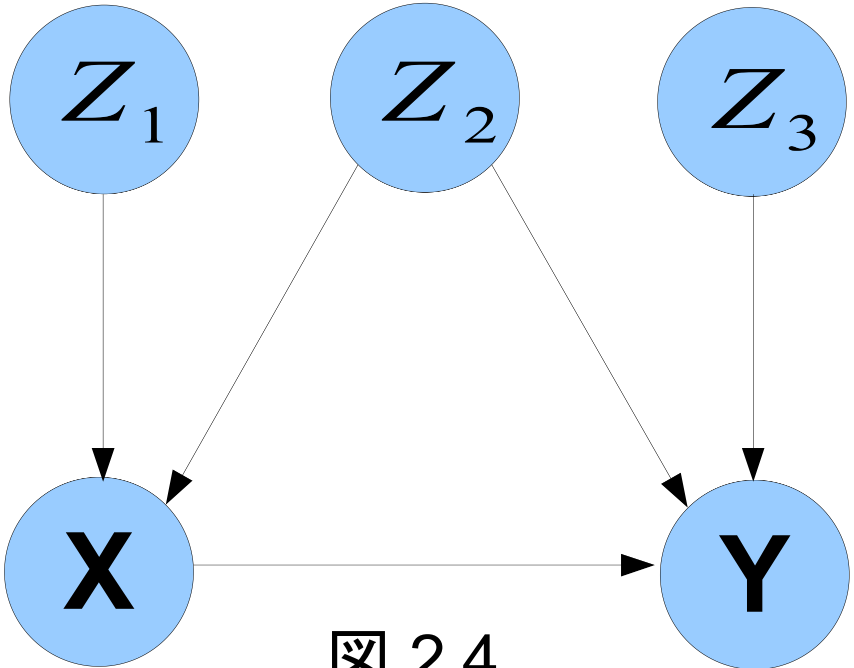


図 2.4

# 複雑な因果モデル

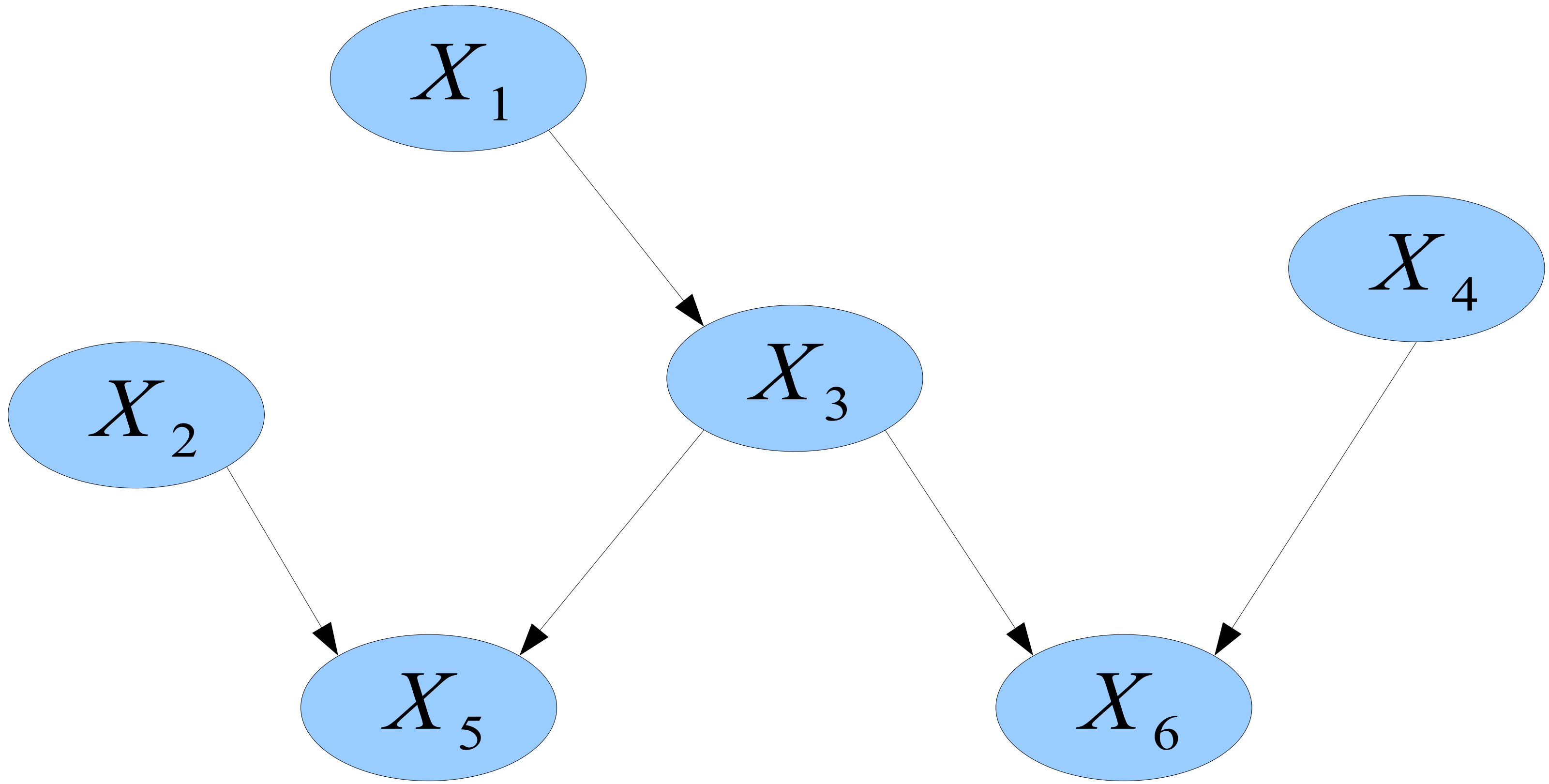


図 2.5

図1.2で示したベイジアンネットワークモデルの場合に、$X_2$ に介入し、$X_2$ を $x_2$ に固定した場合、$X_2$ への因果の矢は消失する。

# 複雑な因果モデルの計算

介入後の確率評価は、次のように表現できる。$X_i$ を $x_i$ に固定した、すなわち介入した後の $(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n)$ の分布は、

$$P(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n | set(X_i = x_i))$$

$$= \begin{cases} \dfrac{P(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n)}{P(X_i = x_i \mid pa(X_i))} & (X_i = x_i \text{のとき}) \\ 0 & \text{(それ以外)} \end{cases}$$

# 2.4 グラフ表現と因果関係

- 因果関係は因果の方向を持ち、外界の性質である。
- 因果には、世界の状態として属性間の因果を含み、かつ、その因果が確率的なものも含むこととした。
- 確率論は因果関係における主観確率Pを直接知ることはできず、測定や評価の手段が必要である。
- 言い換えれば、ベイジアンネットワークに付与される確率は外界の性質としての確率ではなく、個人や組織の意識を表現する値である。
- 認識し評価される確率は、外界の性質としての確率に近いほど現実の外界をよりよく予測することができる。

# グラフ表現と因果関係

主観確率を評価することはベイジアンネットワークモデルにおいて必須のプロセスである。

- 確率の評価方法（繁桝（1995））

**（1）頻度的確率との直接比較**
　コイントスやサイコロなどのよく知られた客観確率と比較することによって確率評価地を得る

**（2）賭け状況における比較**
　不確定事象を含む賭けと同等な価値を持つ金額を評価する思考実験を通して評価地を得る

**（3）言語表現を媒介とする方法**
　きっと、おそらくなどの確率表現をメンバーシップ関数として表し、その表現の適切性を評価させて確率評価地を得る

**（4）得点化ルールによる方法**
　学力テストの形式によって、得られる得点を最大化させるように真であると思う確率を評価させる