

線形代数・宿題

1. 1次独立か否か

(1)

$$c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3 = 0$$

$$\begin{array}{rcl} c_1 & +2c_2 & = 0 \\ c_1 & +c_2 & -2c_3 = 0 \\ -c_1 & & +5c_3 = 0 \end{array}$$

上の三つの式は互いに独立しているので1次独立。

(2)

$$c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3 = 0$$

$$\begin{array}{rcl} c_1 & & +c_3 & = 0 \\ 2c_1 & +c_2 & +c_3 & +c_4 = 0 \\ & c_2 & +2c_3 & +3c_4 = 0 \end{array}$$

三つの式は互いに独立しているので1次独立。

2.

n次元ベクトルは、互いに独立したn個のベクトルから、同じ次元のベクトルを作ることができるので、n個以上ベクトルがある時は、1次従属となる。

これは例えば、二次元のxy平面を二つの単位ベクトルでたとえ回転させようが、その平面ならどこでも表現できるのと同じことである。

3.

平面なので2つの一次独立なベクトルを作れば良く、例えば、

$$(1) a_1 = (1 \ 0 \ 1), a_2 = (0 \ 1 \ 3)$$

$$(2) a_1 = (1 \ 2 \ 0), a_2 = (0 \ 0 \ 1)$$