統計検定直前対策講座
１級 統計数理
－ 雑多なポイント －

茨城大学 工学部 情報工学科
新納浩幸

フィッシャー情報量

2012-問3 (3)

確率変数 X が母数 Θ に対して持つ情報量

密度関数　$f(x;\theta)$

スコア関数（確率変数であることに注意）

この等号は定理

$$U = \frac{\partial}{\partial\theta} l(\theta) = \frac{\partial}{\partial\theta} \log f(X;\theta) \Longrightarrow E(U) = 0$$

スコア関数の分散がフィッシャー情報量

$$J_n(\theta) = E_\theta\left[\left(\frac{\partial}{\partial\theta}\log f(X)\right)^2\right] = V_\theta\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\log f(X)\right] = -E_\theta\left[\frac{\partial^2}{\partial^2\theta}\log f(X)\right]$$

デルタ法

2012-問3 (4)

漸近性に関する定理の1つ

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta^*) \to N(0, \sigma^2)$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{n}(g(\hat{\theta}_n) - g(\theta^*)) \to N(0, g'(\theta^*)^2 \sigma^2)$$

以下の形で使われる

確率変数 X の平均 μ、分散 σ^2 がわかっている場合に、g(X) の平均や分散を近似する方法

$$E(g(X)) \approx g(\mu)$$

$$V(g(X)) \approx (g'(\mu))^2 \sigma^2$$

条件付き期待値と条件付き分散

2012-問5

$$E(Y\mid x)=E(Y)+\frac{Cov(X,Y)}{V(X)}(x-E(X))$$

$$V(Y\mid x)=V(Y)-\frac{(Cov(X,Y))^2}{V(X)}$$

偏相関係数

2012-問5

$$\rho(X,Y\mid Z)=\frac{\rho(X,Y)-\rho(X,Z)\rho(Y,Z)}{\sqrt{1-\rho(X,Z)^2}\sqrt{1-\rho(Y,Z)^2}}$$

2次元の正規分布の密度関数

2012-問5

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2}-\frac{2\rho(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y}+\frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2}\right)\right\}$$

2次元くらいは覚えておいた方がよいかも、、、
一般は以下

$$f(x)=\frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\Sigma|^{1/2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu)^t\Sigma^{-1}(x-\mu)\right\}$$

F検定

2014-問4

(1) 二つの群（正規分布）の分散が等しいことに関する検定

$$F = \frac{U_2^2}{U_1^2} \quad \sim \quad F_{n_1-1}^{n_2-1}$$

(2) 3つ以上の群（正規分布）の平均値が等しいことに関する検定

$$F = \frac{\text{群間変動の不偏分散}}{\text{群内変動の不偏分散}}$$

自由度

群数 − 1

自由度

標本数 − 平均値の個数